

2025

PHYSICS — MINOR

Paper : MN-1

(Basic Physics-I)

Full Marks : 75

Candidates are required to give their answers in their own words as far as practicable.

প্রাণ্ডলিখিত সংখ্যাগুলি পূর্ণমান নির্দেশক।

১। যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

৩×৫

(ক) k ধ্রুবকটির মান নির্ণয় করো যাতে অপেক্ষকটি $f(x) = \begin{cases} x^2 + 7; & x < 3 \\ 2x^2 + kx + 1; & x \geq 3 \end{cases}$ সন্তত হয়।

(খ) যাচাই করো, প্রদত্ত অবকল $df = 3x^2ydx + x^3dy$ একটি সম্পূর্ণ অবকল কি না। $f(x, y)$ অপেক্ষকটি নির্ণয় করো।

(গ) প্রমাণ করো $\vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\vec{r}}{r^3} \right) = 0$ ($r \neq 0$)।

(ঘ) দেখাও যে, একটি কণাগোষ্ঠীর মোট রৈখিক ভরবেগ এর ভরকেন্দ্রের সাপেক্ষে শূন্য হয়।

(ঙ) লঘুকৃত ভর কী? দুটি সমান ভরের বস্তুর ক্ষেত্রে লঘুকৃত ভরের মান নির্ণয় করো।

(চ) গাউস-এর মহাকর্ষীয় সূত্রটি বিবৃত করো এবং ব্যাখ্যা করো।

(ছ) সংনম্য এবং অসংনম্য প্রবাহী কাকে বলে? উদাহরণ দাও।

(জ) স্থিতিস্থাপক ও অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ কাকে বলে?

প্রত্যেক বিভাগ থেকে অন্তত একটি করে প্রশ্ন নিয়ে মোট পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও।

বিভাগ - ক

২। (ক) e^{-x} অপেক্ষকটির লেখচিত্র আঁকো, যেখানে $0 \leq x < \infty$ ।

(খ) $x = 0$ বিন্দুর সাপেক্ষে e^x -এর টেলর সিরিজটি নির্ণয় করো।

(গ) $\frac{dy}{dx} + x = \frac{y}{x}$ অবকল সমীকরণটির সমাকল গুণক বার করো এবং এটি ব্যবহার করে অবকল সমীকরণটির সমাধান বার করো।

(ঘ) $u = e^{ax} \sin by$, যেখানে a, b ধ্রুবক, অপেক্ষকটির ক্ষেত্রে দেখাও যে, $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}$ ।

২+৪+(২+২)+২

Please Turn Over

(5671)

৩। (ক) $\vec{A} = 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2\hat{i} - 5\hat{j} + \hat{k}$ দ্বারা গঠিত তলের সাথে লম্বভাবে আছে এমন একটি একক ভেক্টর বার করো।

(খ) a ধ্রুবকটি নির্ণয় করো যাতে $2\hat{i} + a\hat{j} + \hat{k}$, $\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $3\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$ ভেক্টরগুলি একতলীয় হয়।

(গ) দেখাও যে, যে-কোনো ক্ষেত্র ভেক্টর $\vec{A}$ -এর জন্য $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = 0$ ।

(ঘ) $\vec{A}$ ভেক্টরের মান ধ্রুবক হলে দেখাও যে, $\vec{A}$ এবং $\frac{d\vec{A}}{dt}$ পরস্পরের ওপর লম্ব, প্রদত্ত $\left| \frac{d\vec{A}}{dt} \right| \neq 0$ । ৩+৩+৪+২

৪। (ক) (অ) একটি চোঙাকৃতি নির্দেশতন্ত্রের (ρ, ϕ, z) চিত্র আঁকো। প্রতিটি রাশির সীমা লেখো।

(আ) ওই নির্দেশতন্ত্রে $\hat{\rho}$ এবং $\hat{\phi}$ ইউনিট ভেক্টরগুলি $\hat{i}, \hat{j}$ এবং $\hat{k}$ -এর সাপেক্ষে নির্ণয় করো।

(খ) চোঙাকৃতি নির্দেশতন্ত্রে একটি কণার স্থান ভেক্টরটি লেখো ও তার গতিবেগের রাশিমালা নির্ণয় করো। $[(2+2)+8]+8$

বিভাগ - খ

৫। (ক) গ্যালিলিওর রূপান্তর কী? দেখাও যে, গ্যালিলিওর রূপান্তরের ক্ষেত্রে নিউটনের দ্বিতীয় সূত্রটি অপরিবর্তিত থাকে।

(খ) কোনো এক মুহূর্তে একটি কণার উপর $\vec{F} = a\cos\omega t\hat{i} + b\sin\omega t\hat{j}$ বল ক্রিয়াশীল যেখানে a, b এবং ω ধ্রুবক। প্রাথমিকভাবে কণাটি মূলবিন্দুতে স্থির অবস্থায় থাকলে যে-কোনো পরবর্তী সময়ে কণাটির গতিবেগ এবং অবস্থান নির্ণয় করো।

(গ) $\vec{F} = (2x + y)\hat{i} - (3y - x)\hat{j}$ বলের প্রভাবে xy -তলে একটি কণা $(0, 0)$ বিন্দু থেকে $(1, 1)$ বিন্দুতে $x = y$ পথ বরাবর গমন করলে কৃতকাষটি নির্ণয় করো। $(2+2)+(2+2)+8$

৬। (ক) একটি m ভরের বস্তু একটি অপরিবর্তনশীল বাধাদানকারী বল $\vec{F}$ -এর প্রভাবে সরলরেখায় চলছে। যদি বস্তুটি v_0 বেগ নিয়ে যাত্রা শুরু করে, তাহলে (অ) কত সময় পরে সেটি থেমে যাবে? এবং (আ) সেই সময়ে সে কতটা দূরত্ব অতিক্রম করবে?

(খ) একটি ২ একক ভরের বস্তু $\vec{r} = (4t^2 - t^3)\hat{i} - 5t\hat{j} + (t^4 - 2)\hat{k}$ রেখা বরাবর চলছে। $t = 1$ সময়ে (অ) বস্তুটির ভরবেগ, (আ) বস্তুটির উপর প্রযুক্ত বল নির্ণয় করো। $(3+3)+(3+3)$

৭। (ক) স্থিতিশক্তি $V(x) = 2x(x - 2)$ নিয়ে একটি কণা একটি বলক্ষেত্রের প্রভাবে x -অক্ষ বরাবর গতিশীল। সাম্যবিন্দুটি বার করো। সাম্যাবস্থার প্রকৃতিও নির্ণয় করো।

(খ) হ্রাসপ্রাপ্ত ভর এবং ভরকেন্দ্র কী? দেখাও যে, একটি কণাগোষ্ঠীর ভরকেন্দ্র অদ্বিতীয়।

(গ) একটি কণাগোষ্ঠীতে ২ gm ভরের একটি কণার স্থানাঙ্ক $(2, 1, 1)$, ৩ gm ভরের একটি কণার স্থানাঙ্ক $(-3, 2, -1)$ এবং ৫ gm ভরের একটি কণার স্থানাঙ্ক $(1, -2, 3)$ । কণাগোষ্ঠীটির ভরকেন্দ্রের অবস্থান ভেক্টরটি নির্ণয় করো। $(2+2)+(2+3)+3$

- ৮। (ক) কেন্দ্রগ বলের অধীনে গতিশীল কোনো বস্তুকণার গতিয় সমীকরণগুলি নির্ণয় করো।
 (খ) দেখাও যে, কেন্দ্রগ বলক্ষেে গতিশীল একটি কণার কৌণিক ভরবেগ সর্বদা সংরক্ষিত থাকে।
 (গ) একটি সুষম পাতলা গোলাকার খোলকের ভেতরে এবং বাইরে যে-কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য নির্ণয় করো।
 ৫+৩+৪
- ৯। (ক) ধারারেখ প্রবাহ এবং অশান্ত প্রবাহ কী? রেনল্ডসের সংখ্যা কী?
 (খ) ধারারেখ প্রবাহের ক্ষেত্রে ধারাবাহিকতার সমীকরণ নির্ণয় করো। এর ভৌতিক তাৎপর্য ব্যাখ্যা করো।
 (গ) বার্নোলির সূত্রটি বিবৃত করো।
 (৩+২)+(৪+১)+২

[English Version]

The figures in the margin indicate full marks.

1. Answer *any five* questions :

3×5

- (a) Find the constant 'k' such that the function $f(x) = \begin{cases} x^2 + 7; & x < 3 \\ 2x^2 + kx + 1; & x \geq 3 \end{cases}$ is continuous.
- (b) Check whether the given differential $df = 3x^2ydx + x^3dy$ is an exact differential or not. Find the function $f(x, y)$.
- (c) Prove that $\vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\vec{r}}{r^3} \right) = 0$ ($r \neq 0$).
- (d) Show that linear momentum of a system of particles about the centre of mass is zero.
- (e) What is reduced mass? Calculate the reduced mass when the masses of the two bodies are equal.
- (f) Write down and explain the Gauss's law for gravitation.
- (g) What are compressible and incompressible fluids? Give examples.
- (h) What are elastic and inelastic collisions?

Answer *any five* questions, taking at least *one* question from *each Group*.

Group - A

2. (a) Plot the function : e^{-x} where $0 \leq x < \infty$.
 (b) Find the Taylor series expansion of e^x about $x = 0$.
 (c) Find the integrating factor of the differential equation $\frac{dy}{dx} + x = \frac{y}{x}$ and hence find the solution of the differential equation.

Please Turn Over

(5671)

(d) For the function $u = e^{ax} \sin by$, where a, b are constants, show that $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}$.

2+4+(2+2)+2

3. (a) Find a unit vector perpendicular to the plane of $\vec{A} = 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{B} = 2\hat{i} - 5\hat{j} + \hat{k}$.
 (b) Find the constant a such the vectors $2\hat{i} + a\hat{j} + \hat{k}$, $\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ and $3\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$ are coplanar.
 (c) Show that for any vector field $\vec{A}$, $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = 0$.

(d) If $\vec{A}$ has constant magnitude, show that $\vec{A}$ and $\frac{d\vec{A}}{dt}$ are perpendicular, provided $\left| \frac{d\vec{A}}{dt} \right| \neq 0$.

3+3+4+2

4. (a) (i) Draw a cylindrical polar coordinate system (ρ, ϕ, z) . Indicate the range of each coordinates.
 (ii) Find the unit vectors $\hat{\rho}$ and $\hat{\phi}$ in cylindrical polar coordinate system in terms of $\hat{i}, \hat{j}$ and $\hat{k}$.
 (b) Write down the position vector of a particle in cylindrical coordinates and deduce the expression for its velocity.

[(2+2)+4]+4

Group - B

5. (a) What is Galilean transformation? Show that Newton's second law of motion is invariant under Galilean transformation.
 (b) The force acting on a particle at any instant of time is given by $\vec{F} = a \cos \omega t \hat{i} + b \sin \omega t \hat{j}$ where a, b and ω are constants. If the particle is initially at rest at the origin, find its velocity and position at any later time.
 (c) Find the work done in moving particle on xy plane from point $(0, 0)$ to $(1, 1)$ along the path $x = y$ under the force field $\vec{F} = (2x + y)\hat{i} - (3y - x)\hat{j}$.
6. (a) A particle of mass m moves in a straight line under the influence of a constant resisting force $\vec{F}$. If it starts with a speed of v_0 (i) how long will it take before coming to rest? and (ii) how much distance will it travel in this time?
 (b) A particle of mass 2 units moves along the space curve $\vec{r} = (4t^2 - t^3)\hat{i} - 5t\hat{j} + (t^4 - 2)\hat{k}$. Find (i) the momentum and (ii) the force acting on it at $t = 1$.

(2+2)+(2+2)+4

(3+3)+(3+3)

7. (a) A particle moves on the x -axis under the influence of a force field having potential $V(x) = 2x(x - 2)$. Find the point of equilibrium. Also find the nature of equilibrium.
(b) What are reduced mass and centre of mass? Show that centre of mass of a system of particles is unique.
(c) A system of particles consists of a 2 gm mass located at (2, 1, 1), a 3 gm mass located at (-3, 2, -1) and a 5 gm mass located at (1, -2, 3). Find the position vector of the centre of mass of the system. (2+2)+(2+3)+3
8. (a) Derive the equations of motion for a particle moving under central force field.
(b) Show that angular momentum of a particle moving under central force field is conserved.
(c) Find the gravitational intensity at any point outside and inside a thin uniform spherical shell. 5+3+4
9. (a) What are streamline and turbulent flow? What is Raynold's number?
(b) Derive the equation of continuity for a fluid in streamline motion. Explain its physical significance.
(c) State Bernoulli's theorem. (3+2)+(4+1)+2
-